

DEVOIR MAISON N°2

CALCUL, COMPLEXES

À RENDRE POUR LE MERCREDI 4 OCTOBRE

**Exercice 1.** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :

$$1. \quad \cos^2 x = \frac{1}{2} \qquad 2. \quad \sin x \cos x \geq -\frac{1}{2}$$

**Exercice 2.** On note  $\mathbb{U}_5$  l'ensemble de racines cinquièmes de 1 dans  $\mathbb{C}$ .

- 1) Décrire explicitement  $\mathbb{U}_5$  (i.e. donner tous ses éléments). Montrer que la somme de ses éléments est nulle.
- 2) En déduire l'égalité  $1 + 2 \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) + 2 \cos\left(\frac{4\pi}{5}\right) = 0$ .
- 3) Rappeler, pour tout réel  $x$ , la formule donnant  $\cos(2x)$  en fonction de  $\cos x$ .
- 4) Déduire des questions précédentes que  $\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)$  est solution d'une équation algébrique de degré 2. La résoudre et montrer que  $\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$ .
- 5) Déduire des questions précédentes la valeur de  $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)$ .

DEVOIR MAISON N°2

CALCUL, COMPLEXES

À RENDRE POUR LE MERCREDI 4 OCTOBRE

**Exercice 1.** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :

$$1. \quad \cos^2 x = \frac{1}{2} \qquad 2. \quad \sin x \cos x \geq -\frac{1}{2}$$

**Exercice 2.** On note  $\mathbb{U}_5$  l'ensemble de racines cinquièmes de 1 dans  $\mathbb{C}$ .

- 1) Décrire explicitement  $\mathbb{U}_5$  (i.e. donner tous ses éléments). Montrer que la somme de ses éléments est nulle.
- 2) En déduire l'égalité  $1 + 2 \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) + 2 \cos\left(\frac{4\pi}{5}\right) = 0$ .
- 3) Rappeler, pour tout réel  $x$ , la formule donnant  $\cos(2x)$  en fonction de  $\cos x$ .
- 4) Déduire des questions précédentes que  $\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)$  est solution d'une équation algébrique de degré 2. La résoudre et montrer que  $\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$ .
- 5) Déduire des questions précédentes la valeur de  $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)$ .